

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Akcelerační simulátor nárazu vozidel

The acceleration crash simulator

Student:

Radek Vitásek

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Ostrava 2017

Zadání bakalářské práce

Student: **Radek Vitásek**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: Akcelerační simulátor nárazu vozidel
The Acceleration Crash Simulator
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Úvod, popis zařízení
2. Kinematická analýza
3. Redukce mechanismu, pohybová rovnice
4. Numerická simulace
5. Vyhodnocení a závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Brousil, J., Slavík, J., Zeman, V. : Dynamika. SNTL, Praha, 1989.
- [2] Juliš, K., Brepta, R. : Mechanika II. díl, dynamika. SNTL, Praha, 1987.
- [3] Brát, V., Rosenberg, J., Jác, V. : Kinematika. SNTL, Praha, 1987.
- [4] Vinogradov, O. : Fundamentals of Kinematics and Dynamics of Machines and Mechanisms. CRC Press, London, 2000.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.**

Datum zadání: 09.12.2016

Datum odevzdání: 15.05.2017



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty



Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 15.5.2017


.....
Radek Vít

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 15.5.2017



podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Radek Vitásek

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Výstavní 139/7, Děhylov

ANOTACE BAKALÁŘSK PRÁCE

VITÁSEK, R. *Akcelerační simulátor nárazu vozidel : bakalářská práce*. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2017, 44 s. Vedoucí práce: Podešva, J.

Bakalářská práce „Akcelerační simulátor nárazu vozidel“ se zabývá dynamickou zkouškou. Náraz vozidla je uskutečněn prudkým vystřelením zkušebního vozíku tvarovanou katapultážní vačkou. Energii vačky dodávají natažená gumolana, která při startu katapultáže začnou smršťovat. V práci jsou řešeny návrhy tvaru vačky a zapojení gumolan hromadně či postupně pro určení nejlepšího průběhu zrychlení.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

VITÁSEK, R. *The acceleration crash simulator : Bachelor Thesis*. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2017, 44 p. Thesis head: Podešva, J.

Bachelor's thesis „The acceleration crash simulator“ deals with most known dynamical testing. Car impact is realized by rapid acceleration of tested vehicle done by suitably shaped cam. Kinetic energy is passed to cam by elongated elastic ropes, which start to contract during ejection. In this thesis there are solutions to suggested shapes of cam and to different connections of elastic ropes done by all of them at once or by stage by stage to create best acceleration progress.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	8
1 Úvod	9
2 Popis zařízení	10
2.1 Vývoj zařízení.....	10
2.1.1 1. Inovace	11
2.1.2 2. Inovace	12
2.1.3 3. Inovace	12
2.2 Popis funkčního zařízení	13
2.2.1 Popis stroje	13
2.2.2 Vačka.....	14
2.2.3 Přenos síly na vozík	14
2.2.4 Pohon akceleračního mechanismu	15
2.3 Vozík.....	15
2.4 Řídící jednotka.....	16
2.5 Síť	17
2.6 Experiment	17
2.7 Použité matematické metody.....	18
2.7.1 Aproximace metodou nejmenších čtverců.....	18
2.8 Numerické metody.....	20
2.8.1 Princip	20
2.8.2 Eulerova metoda	21
2.8.3 Metoda Runge – Kutta	23

3	Numerická simulace	24
3.1	Aproximace průběhu smršťujících se gumolan	24
3.2	Archimédova spirála	26
3.2.1	Gumolana při použití najednou.....	27
3.2.2	Postupně zapojovaná gumolana	30
3.2.3	Pružiny při použití najednou.....	30
3.2.4	Postupné zapojování pružin.....	32
3.3	Popis vačky podle konvexní funkce.....	33
3.3.1	Gumolana při použití najednou.....	33
3.3.2	Postupné zapojení gumolan	36
3.4	Popis vačky podle Konkávní funkce.....	37
3.4.1	Gumolana při použití najednou.....	37
3.4.2	Postupné zapojování gumolan	40
4	Závěr	41
5	Seznam použité literatury.....	42
6	Seznam příloh.....	43

Seznam použitých značek a symbolů

F_L	$[N]$	síla v gumolaně
I	$[kg \cdot m^2]$	moment setrvačnosti vačky
a, b, k, x	$[-]$	koefficienty polynomu
a_D	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení držáku gumolan
a_V	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení vozíku
m_D	$[kg]$	hmotnost držáku gumolan
m_V	$[kg]$	hmotnost vozíku s pylonem
r_n	$[m]$	poloměr navijáku
s_D	$[m]$	dráha uražená držákem gumolan
s_V	$[m]$	dráha uražená vozíkem
v_D	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost držáku gumolan
v_V	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost vozíku
ε	$[rad \cdot s^{-2}]$	úhlové zrychlení
ρ_0	$[m]$	počáteční poloměr vačky
ρ_k	$[m]$	konečný poloměr vačky
φ	$[rad]$	úhel otočení vačky
ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	úhlová rychlost

1 Úvod

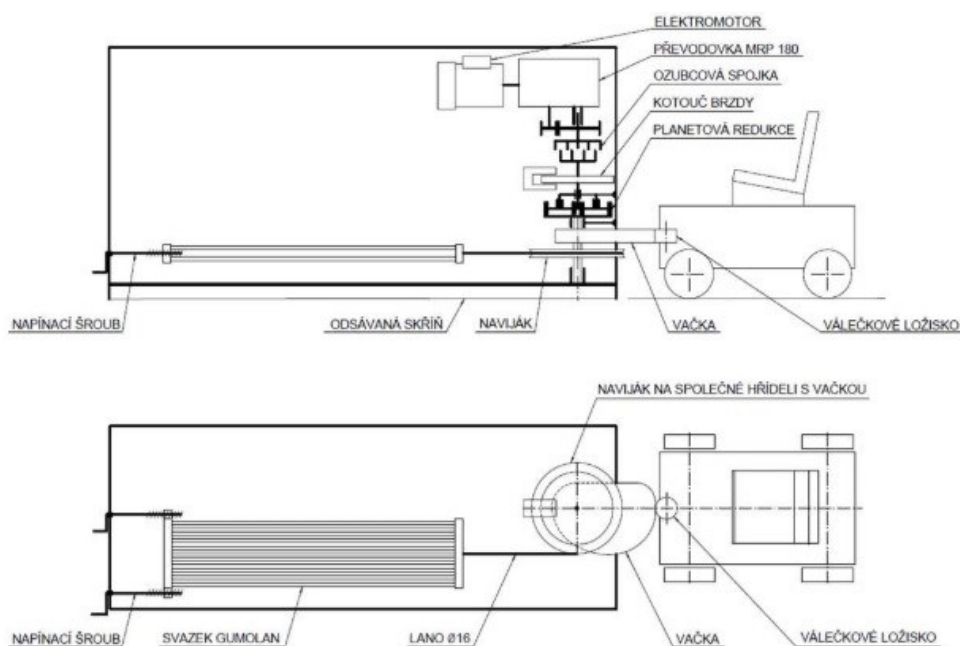
Už v 19. století se řešily potíže s bezpečností ve vozidlech. V kočárech se tedy zavedly bezpečnostní pásy pro zabezpečení pasažérů a to hlavně z důvodu jejich vypadávání z vozu. S rozvojem technologie se začaly vylepšovat také vozidla a jejich rychlost, ale také docházelo k nárůstu nehod a ztrátách na životech. Proto se začalo řešit jak tyto negativní důsledky minimalizovat. Ve 20. století se začalo s prvními pokusy nárazových zkoušek, ale k určitému rozvoji došlo až v 50. letech. V pozdějších letech v USA bylo prosazeno povinné testování vozidel na bariérách. Těmito zkouškami se potvrdilo, že je potřebné snížit zpomalení během deformace vozidla při čelním nárazu, ale také rychlost pasažérova nárazu, který by měl být zastaven o měkký povrch. Úpravou této myšlenky se došlo k tomu, že není nutné deformovat vozidla a provádět bariérové zkoušky, ale stačí, aby došlo k prudké změně rychlosti a to jak prudkým zabrzděním, či prudkým zrychlením a právě tomuto principu se věnuje tato práce.

Hlavní část této práce je vytvořit simulaci akcelerační zkušební vozíku, na kterou se později připevní figurína. Vozidlo je prudce vystřeleno vhodně tvarovanou vačkou, která vytvoří první náraz, a následným prudkým zabrzděním, který vytvoří náraz druhý. V této práci převážně využívám hromadění kinetické energie pomocí napínání gumolan, kdy při jejich smrštění dojde k roztočení vačky, která katapultuje zkušební vozík. Práce obsahuje návrhy katapultující vačky, typy zapojení gumolan a výpočty zrychlení zkušební vozíku. Výpočty pro všechny návrhy jsou obsaženy v přílohách.

2 Popis zařízení

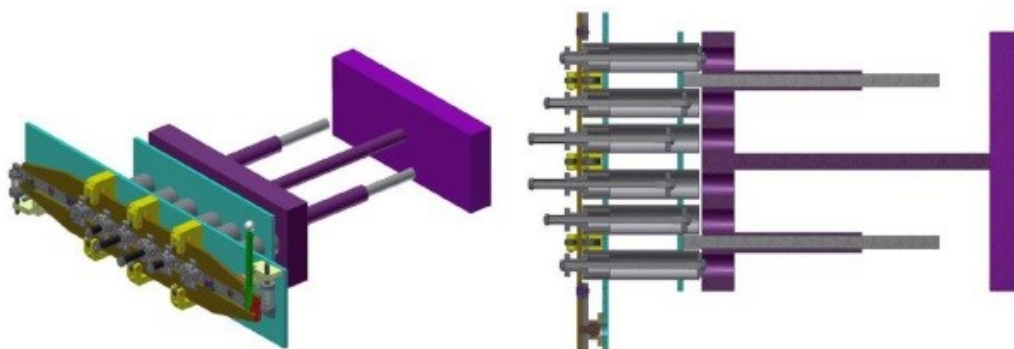
2.1 Vývoj zařízení

Nepostupuje se obvyklým způsobem, který se vyznačuje akcelerací vozíku se zkoušeným objektem a následným prudkým zabrzděním, nýbrž bude náraz simulován prudkým zrychlením vytvořeným odstrčením vozíku vhodně tvarovanou vačkou, která se prudce pootočí pomocí smršťujících se gumolan. Gumolana jsou spletena do svazku a natahována pomocí ocelového lana připevněného k navijáku. Během natahování je také sepnuta zubová spojka, která po uvolnění spustí katapultáž a zpětný pohyb po natažení je znemožněn díky samosvornosti převodovky MRP 180. Vytvořený moment je redukován pomocí planetové převodovky na hodnotu snesitelnou pro spojku. Moment a otáčky mezi spojkou a převodovkou MRP 180 jsou také upraveny na vhodné hodnoty pomocí ozubeného soukolí. Zkoušený objekt je umístěn na vozíku, který je opatřen kladkou na valivých ložiskách. Přímochařého pohybu bude docíleno pevným vedením.



Obrázek 2. 1 - Schéma simulátoru

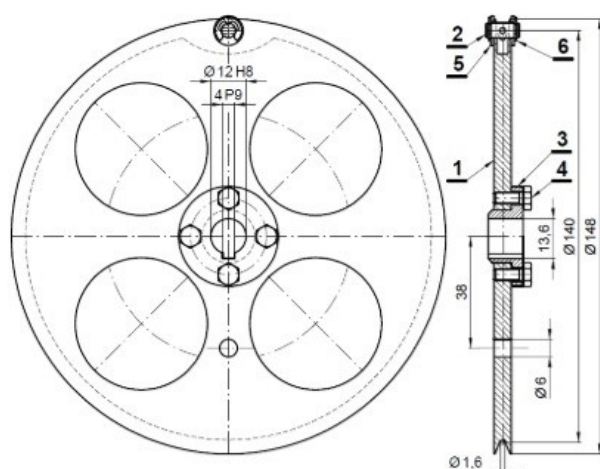
Jelikož průběh zrychlení a funkce vačky při jednotném zapojení gumolan bylo ovlivněno jeho nestálými vlastnostmi a kmitáním, navrhli řešitelé z ČVUT systém postupného zapojování svazků. Na levé části systému by byly zachyceny svazky gumolan, které by se nacházely v šedivých válcích (pravá část obrázku), pomocí kterých by se nastavovalo počáteční předpětí gumolan. Tento systém pro svou složitost nakonec nebyl pro funkční vzorek přijat. Následně simulátor prošel výraznými inovacemi.



Obrázek 2. 2 - Mechanismus postupného zapojování gumolan

2.1.1 1. Inovace

Pro přesnější průběh akcelerace vozíku podle předpisu bylo nutné vyřadit nestálou závislost síly v gumolanech na jejich prodloužení, která ovlivňovala průběh zrychlení a funkci vačky. To bylo docíleno předání rotačního impulzu vačky ze smršťujících se gumolan, která následně díky své kinetické energii vystřelí vozík. Samotná katapultáž by byla řešena beze změny, tedy elektromagnetickým odpojením spojky. Po katapultáži bylo nutné upravit zabrzdění rotace navijáku. To bylo docíleno pomocí uchycení lana k otočnému čepu navijáku. Tímto ukotvením pak gumolana v polovině první otáčky



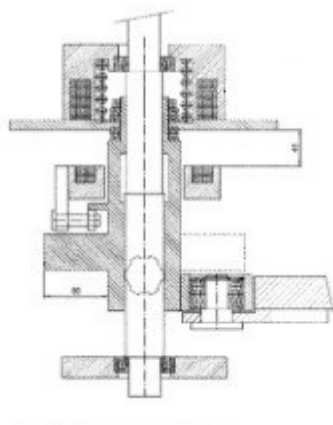
Obrázek 2. 3 - Zmenšený a zjednodušený model navijáku

urychlují naviják a v druh polovině ho pomáhají brzdit. Tímto systémem zapojení však není vačka zpomalována a může tedy urychlit vozík. Zastavení vačky by bylo uskutečněno elektromagneticky ovládanou brzdou. Pro tuto inovaci je potřeba rotačního uchycení lana na obvodu navijáku. Už nezáleží na závislosti síly a prodloužení gumolan, jelikož je možné regulovat

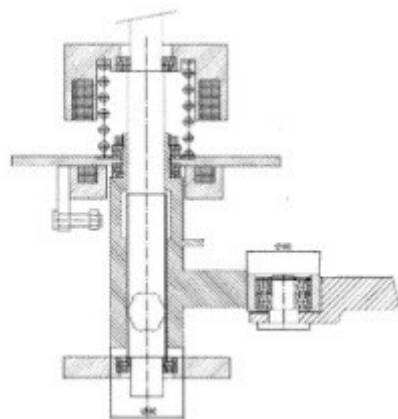
počáteční natažení a tím měnit velikost akumulované energie.

2.1.2 2. Inovace

V další inovaci byla pro své nestálé vlastnosti gumolana úplně vyřazena z katapultáže a nahradil je elektromotor, který pomalu nabíjel vačku kinetickou energií. Aby se rychle přešlo ze stavu nabíjení do stavu katapultáže, bylo nutné vytvořit speciální spouštěcí mechanismus. Akumulovaná energie je během chvilky předána vystřelenému vozíku s pylonem. Speciální mechanismus se skládá z vačky, jejíž horní patro má na jedné polovině otáčky tvar funkce a druhá polovina je válcová. Ta dosedá na spodní část vačky, jejíž tvar je čistě válcový o stejném průměru jako válcová část horního patra. Spodní patro se dotýká rolny při akumulaci kinetické energie. Přechod mezi stavy nabíjení a katapultáže probíhá rychlým axiálním přesunem dvoudiskové vačky. K této části pohybu dochází v otáčce vačky, kdy jsou v kontaktu její válcové části. Katapultovací vačka se přesouvá z horní polohy do dolní polohy. Přesun je uskutečněn pomocí gravitace a elektromagneticky spouštěnou pomocnou vačkou aby byl přesun velmi rychlý. Pomocná vačka má stejnou rychlost otáčení a je také dvoupatrová jako katapultážní vačka.



Obrázek 2. 4 - Před katapultáží



Obrázek 2. 5 - Po katapultáží

2.1.3 3. Inovace

V této poslední inovaci, která proběhla, došlo ke změně z přesunu katapultážní vačky na přesun lehčí rolny. Pro přesun rolny přenášející sílu z vačky na vozík nyní stačí jen gravitace a elektromagneticky držená pružina, která je ve vhodnou chvíli uvolněna.

2.2 Popis funkčního zařízení

Akcelerační impulz vozík dostává od dvoudiskové vačky, která je roztáčená elektromotorem. Přesuvná rolna je spojena s posuvným výložníkem neboli pylonem spolu vertikálním vedením, elektromagnetem a pružinou. Energie pro akceleraci vozíku se akumuluje pomocí elektromotorického roztáčení vačky a vyvažujících setrvačníků. Během toho se rolna odvaluje po válcovém patře a míjí se s akčním patrem vačky. Po nastartování katapultáže vozíku s tělesem se rolna dostane do kontaktu s akční částí vačky. Při katapultáži, která proběhne během 0,06 sekund je vozíku předána energie 54 kJ. Po vystřelení vozíku dobíhá rotace vačky, která je brzděna účinkem elektromotoru.

2.2.1 Popis stroje

Akcelerační simulátor se skládá ze 3 hlavních částí. Z katapultu, vozíku a záchytné sítě. Záchytná síť je spolu s katapultem přichycena k zemi pomocí dvou ocelových pásů tak, aby po nich mohl zkušební vozík přejet. Aby mohl být simulátor přemísťován a nebyl trvale ustaven na jednom místě, bylo ke katapultu a podstavci sítě namontovány kolečka s přestavitelným zdvihem. Na vnější části konstrukce se nacházejí oka pro upevnění lany s háky při transportu nákladním vozem. Katapult a podstavec



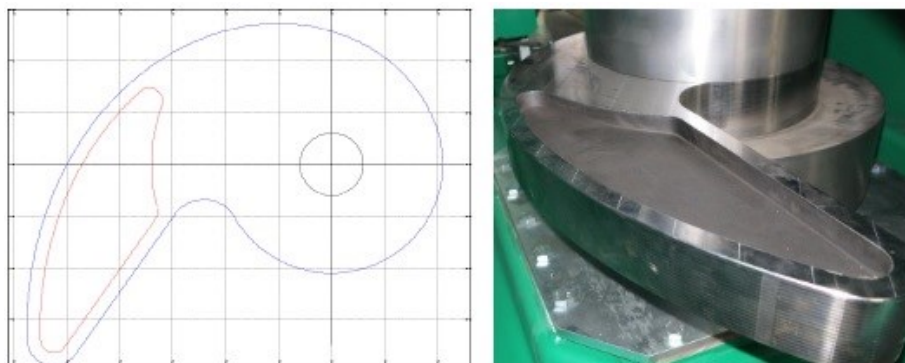
Obrázek 2. 6 - Funkční stroj

sítě je dále k podlaze upevněn přítlačnou silou vyvolanou podtlakem ve spodní části.

Část reakční síly vyvolané vystřelením vozíku je přenesena pomocí ocelových pásů a třením mezi simulátorem, podstavcem sítě a podlahou. Pro lepší upevnění katapultu jsou jeho podstavce opatřeny protiskluzovou vrstvou.

2.2.2 Vačka

Tvar vačky využitý u tohoto zařízení je neobvyklý. Rolna uchycená na pylonu se pohybuje vertikálně v oblasti menšího poloměru pod nosem vačky. Při její rotaci ve směru hodinových ručiček dochází k přesunu z horní válcové části vačky. Při styku funkčních ploch vačky a rolny dochází přibližně k 1400 MPa Hertzova tlaku.



Obrázek 2. 7 - Vačka

2.2.3 Přenos síly na vozík

Pro přenos zrychlující síly se používá pylon, který je připevněný k vozíku a zasouvá se do něj. Otvor pro pylon je vybaven kladkami na valivých ložiskách. Toto vedení musí odolávat velké boční síle působící na rolnu tohoto pylonu i silám ve svislém směru, které se tvoří vlivem odchylky výšky těžiště od výšky symetrály pylonu. Pro přesun rolny je na konci pylonu připevněn mechanismus. Tento přesun je zajištěn pružinou, která je napnutá díky elektromagnetu a jeho následným vypnutím dojde ke katapultáži.



Obrázek 2. 8 - Pylon vysunutý z vodícího tunelu



Obrázek 2. 9 - Mechanismus přesunu rolny

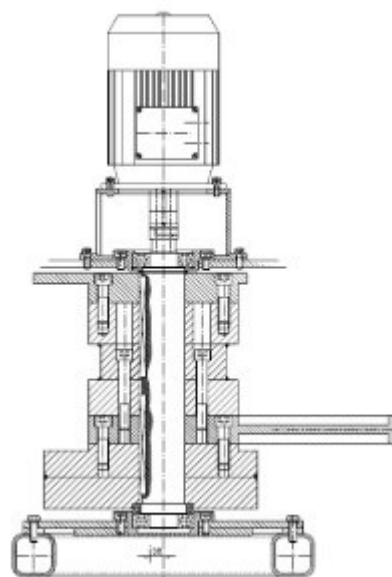
Aby rolna správně dosedla na vačku před katapultáží, je vozík přidržován těsně u katapultu dvěma solenoidy Transmotec F1578L-12V. Cívky jsou namontovány na kostru katapultu, zatímco jejich jádra se pohybují s vozíkem a jsou připevněna na příčník spojený s pylonem.

2.2.4 Pohon akceleračního mechanismu

Tento pohon je v Odborné zprávě popsán tak, že pro roztáčení vačky a setrvačníku je použit osmipólový asynchronní elektromotor Siemens 1LE1001-1DD23-4GB4 o výkonu 4kW napájený z třífázové sítě přes frekvenční měnič. Měnič je doplněn brzdovým odporem, v němž se maří zbytková energie rotujících částí po katapultáži. Počáteční energie je 93kJ a konečná energie před elektrodynamickým brzděním je 38,8 kJ.



Obrázek 2. 10 - Motor



Obrázek 2. 11 - Náčres motoru

2.3 Vozík

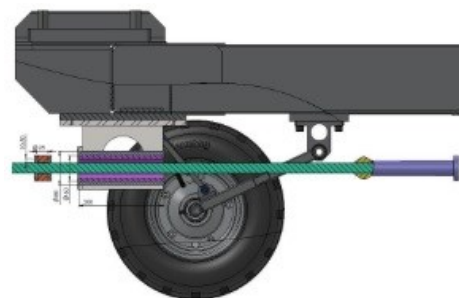
V prvotním návrhu vozíku byla kola opatřena pneumatikami, jelikož docházelo k menšímu namáhání ložisek pro vedení pylonu, jestliže nebyl řádně v rovině se simulátorem než u kol pouze pogumovaných. Aby mohl být vozík správně ustaven, bylo u kol zajištěno



Obrázek 2. 12 - Zkušební vozík

výškové seřizování. Po vystřelení vozíku bylo nutné ho také zastavit. To bylo docíleno ocelovým lanem ukotveným na naviják se zabrzděnou brzdou WABCO pro nákladní automobil.

Na laně je „boule“, na kterou když najede polyuretanová trubka, začne být lano taženo při stálém pronikání boule do trubky. Dochází ke vzniku odporové síly, která je nastavena boulí tak, aby začala roztáčet naviják s obvodovou rychlostí



Obrázek 2. 13 - Brzdný mechanismus

stejnou jako je rychlost vozíku. Ve chvíli kdy se polyuretanová trubka dotkne nákržku připevněného na vozíku, začne být vozík zpomalován pouze silou brzděného navijáku. Byla také navržena volnoběžka ve tvaru ramene doléhajícího na obvod kola, aby se po zastavení nezačal vozík pohybovat opačným směrem. Po testech katapultáže bylo od toho upuštěno, jelikož se zpětný pohyb brzy zastavil a tudíž nebylo volnoběžky potřeba. Pro lepší funkčnost byly kola vyměněny za ocelové rolny pohybujících se po U-profilech.

2.4 Řídící jednotka

Řídící jednotka slouží k ovládání směru otáčení vačky, elektromagnetu kladky, přidržení solenoidy, ovládá frekvenční měnič motoru a kontrolované brzdění motoru. Slouží také k měření, vyhodnocování a zobrazování otáček motoru. Není pevnou součástí akceleračního simulátoru a je tudíž možné ji přesouvat a umístit na vhodné místo. Slouží k ovládání simulátoru a jeho systém řízení a zabezpečení je automatizovaný. Automatická jednotka slouží pro bezpečí obsluhy, která může operovat se simulátorem z dálky a pokud by došlo k chybě či nesplnění všech požadavků pro katapultáž, nebude akcelerace vozíku umožněna díky bezpečnostním okruhům jednotky. Ve chvíli kdy je spuštěna katapultáž, začne řídící jednotka zajišťovat správné načasování odpojení elektromagnetu podle otoční vačky tak, aby uvolněná kotva přesunula pomoci pružiny odvalující se rolnu z horního „patra“ vačky na dolní.



Obrázek 2. 14 - Řídící jednotka simulátoru

2.5 Sít'

Při počáteční návrhu měla být síť samostatným prvkem přichyceným k ocelovým pásům spolu se simulátorem a měla mít vakuový podstavec s protiskluzovou vrstvou stejně jako podstavec katapultu. Stejně jako katapult měla být záchytná síť vybavena systémem pro regulaci výšky a oky pro upevnění lany s háky při transportu nákladním vozem. Nakonec bylo rozhodnuto spojit katapult, síť a vozík do jednoho celku.

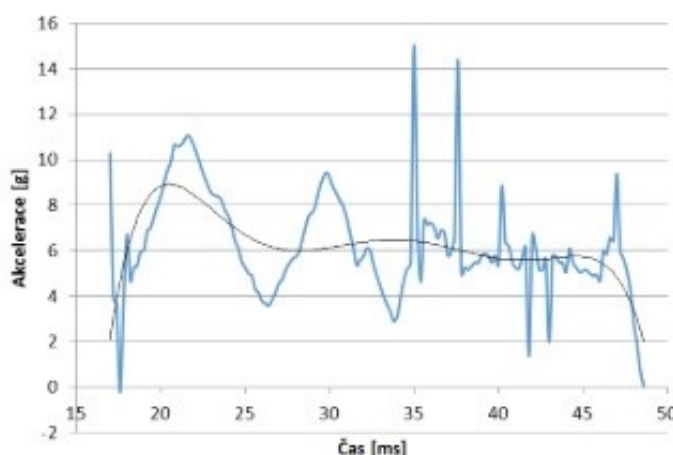
2.6 Experiment

Před vyrobením funkčního vzorku, byl podle prvního konceptu sestaven zjednodušený menší model pro ověření jeho principu. Byl použit zkušební vozík o hmotnosti 0,8 kg, který byl veden ocelovým pravítkem. Použitá vačka měla tvar půlměsíce a o velikosti 1:5 navržené funkční vačky a tedy maximálním zdvihem vačky bylo 90 mm. Stejná redukce platí pro hodnoty zrychlení, rychlosti a dráhy zkoušeného vozíku. Maximální zrychlení jakého měl vozík dosáhnout, bylo přibližně 55 mm/s^2 s konečnou rychlostí asi 10 km/h .



Obrázek 2. 15 - Zjednodušený a zmenšený model katapultu

Tyto hodnoty byly naměřeny pomocí akcelerometru připevněného na vozík. Pro nahromadění kinetické energie byly použity gumolano o průměru 10 mm s volnou délkou 280 mm, které bylo nataženo na délku 505 mm.



Obrázek 2. 16 - Průběh zrychlení při experimentu

2.7 Použité matematické metody

2.7.1 Aproximace metodou nejmenších čtverců

Metoda, která se používá v situaci kdy přesný popis funkce je potřeba zjednodušit, nebo jsou udány naměřené hodnoty, které obsahují byť jen malou chybu. V případě naprosto přesných hodnot by byla využita metoda interpolace. Experimentální hodnoty, které byly zjištěny měřením, je možné aproximovat různými polynomy. Jestliže hodnoty se mění přibližně lineárně, je možné je proložit přímkou a dojde pouze k malé odchylce od interpolace. Jestliže hodnoty jsou náhodnější, využívají se polynomy různých stupňů. V takových případech se nejčastěji využívá metoda nejmenších čtverců.

Jestliže známe počet uzlových bodů n , jejich hodnoty na ose x a jejich funkční hodnoty f je například možné použít přímkou o tvaru:

$$\varphi(x) = c_1 + c_2 \cdot x \quad (2.1)$$

Funkci φ chce následně určit tak aby minimalizovala tvar:

$$\sum_{i=0}^n (\varphi(x_i) - f_i)^2 \quad (2.2)$$

Následný dosazením funkce φ dostaneme úlohu pro výpočet minima funkce dvou proměnných:

$$\Psi(c_1, c_2) = \sum_{i=0}^n (c_1 + c_2 \cdot x_i - f_i)^2 \quad (2.3)$$

Tato úloha se následně řeší pomocí standartního postupu diferenciálního počtu. Hodnoty c_1^*, c_2^* , pro které funkce Ψ nabývá svého minima, vyhovují rovnicím:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial c_1}(c_1^*, c_2^*) = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial c_2}(c_1^*, c_2^*) = 0 \quad (2.4)$$

Následně výpočtem parciálních derivací získáme:

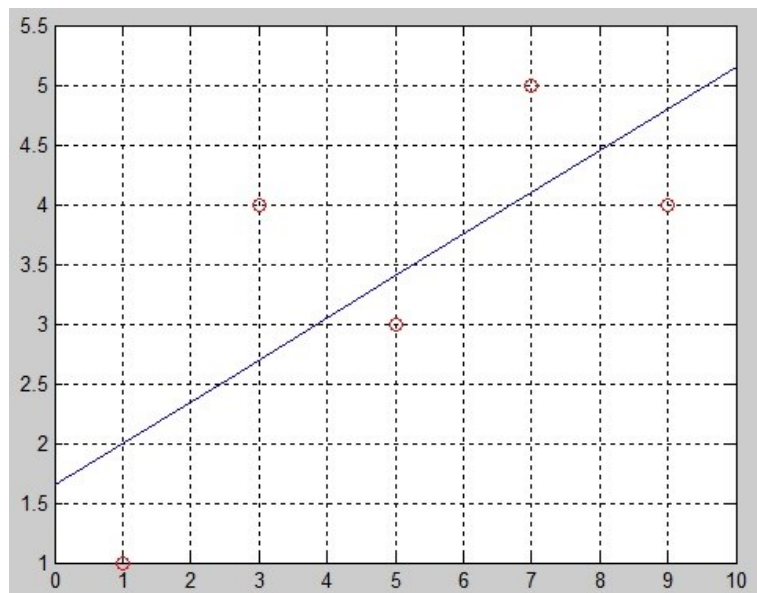
$$2 \sum_{i=0}^n (c_1^* + c_2^* \cdot x_i - f_i)^2, \quad 2 \sum_{i=0}^n x_i \cdot (c_1^* + c_2^* \cdot x_i - f_i)^2 \quad (2.5)$$

Což je soustava lineárních rovnic, ze kterých dostaneme hodnoty c_1^*, c_2^* a po jejich dosazení získáme tvar přímky:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n 1 & \sum_{i=0}^n x_i \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1^* \\ c_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n f_i \\ \sum_{i=0}^n f_i \cdot x_i \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$\varphi^*(x) = c_1^* + c_2^* \cdot x \quad (2.7)$$

Pro znázornění jsem vytvořil jednoduchou aproximaci v programu Matlab.



Obrázek 2. 17 - Příklad aproximace přímkou

2.8 Numerické metody

2.8.1 Princip

Pro popis principu a metod, které se používají, se zde bude odkazovat na Cauchyho úlohy. Při řešení takové úlohy na intervalu $\langle a, b \rangle$ se postupuje tak, že se zvolí konečný počet bodů x_i, \dots, x_n pro $i=1, 2, \dots, n$, které se nacházejí v tomto intervalu. Taková množina se nazývá síť a její prvky uzly. Mějme množinu hodnot $y_i \dots y_n$ která se nazývá numerické řešení pro danou síť. Krokem sítě v uzlu je rozdíl

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (2.8)$$

Při sestavování numerických metod se vychází z přírůstku zobrazení

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i = y_i + h_i \cdot S(x_i, y_i, h_i) \quad (2.9)$$

Přírůstkové zobrazení nebo také směrová funkce $S(x_i, y_i, h_i)$ je směrnice přímky určena body $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$. Metoda, kdy hodnota y_{i+1} závisí jen na y_i , se nazývá jednokroková.

Základní vlastností, která se u těchto numerických metod vyžaduje, je aby při každém zmenšujícím se kroku posloupnost numerických řešení přibližovala přesnému řešení.

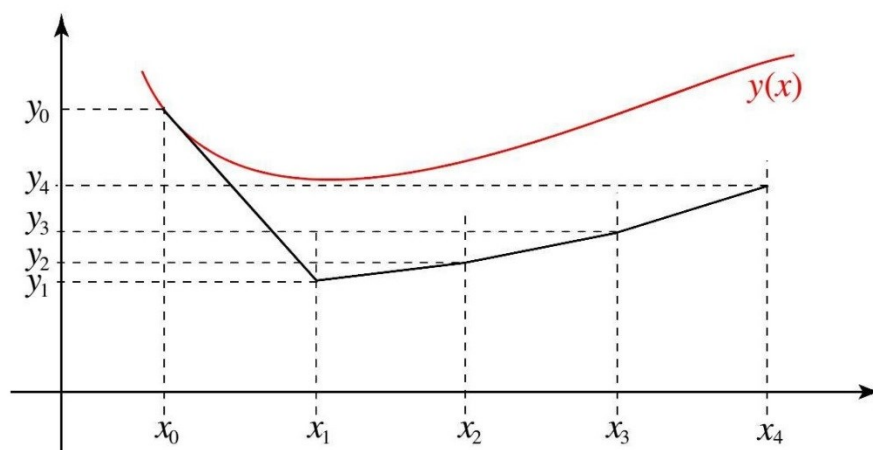
2.8.2 Eulerova metoda

Eulerova metoda je nejjednodušší jednokroková metoda. Vychází z aproximace integrální křivky diferenciální rovnice lomenou čarou s vrcholy (x_i, y_i) kde pro $i=0, 1 \dots n$. Tečna k integrální křivce ve vrcholu je dána směrnici úsečky k_i , která je dána body $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$. Pro směrnici pak platí

$$k_i = S(x_i, y_i, h_i) = y'(x_i) = f(x_i, y_i) \quad (2.10)$$

Podle rovnice (2.9) pak dostaneme

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i) \quad (2.11)$$



Obrázek 2. 18 - Znázornění Eulerovy metody

Abychom dosáhli lepších výsledků, je nutné Eulerovu metodu modifikovat. Taková modifikace se provádí použitím jiné směrové funkce, která bude lépe vystihovat průběh derivace $y'(x)$. Bude-li se integrovat diferenciální rovnice $y' = f(x, y)dx$ na intervalu $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$, bude výsledkem

$$y(x_{i+1}) - y(x_i) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x, y) dx \quad (2.12)$$

Za předpokladu, že $y(x_{i+1}) \approx y_{i+1}$ a $y(x_i) \approx y_i$, pak porovnáním se vztahem (2.9) dostáváme

$$S(x_i, y_i, h_i) = \frac{1}{h_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x, y) dx \quad (2.13)$$

Při použití různých numerických metod pro výpočet integrálu, dostaneme různé modifikace. Například při použití obdélníkového pravidla je

$$S(x_i, y_i, h) = \frac{1}{h} \cdot h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y\left(x_i + \frac{h}{2}\right)\right) \quad (2.14)$$

Jelikož neznáme přesnou hodnotu $y\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$, použije se Eulerova metoda pro zjištění aproximace.

$$y\left(x_i + \frac{h}{2}\right) = y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i) \quad (2.15)$$

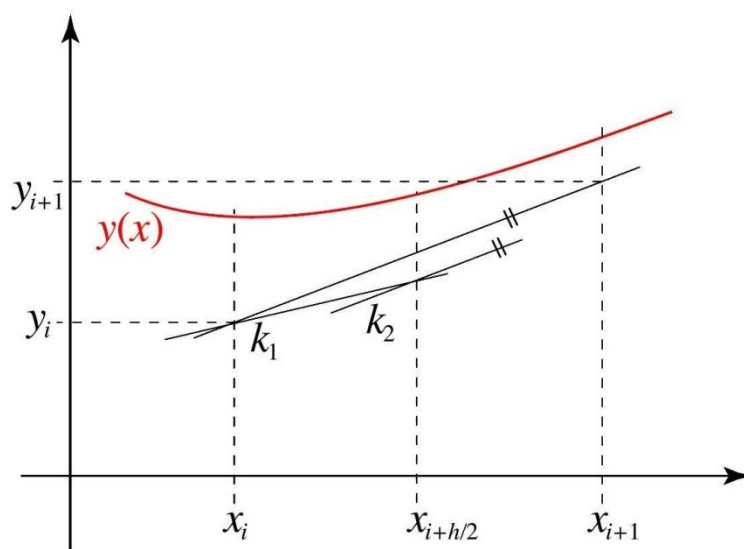
Zavede se

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.16)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_1\right) \quad (2.17)$$

Pak nám vyjde modifikovaná Eulerova metoda ve tvaru

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot k_2 \quad (2.18)$$



Obrázek 2. 19 - Znázornění modifikované Eulerovy metody

2.8.3 Metoda Runge – Kutta

Tato metoda je jednou z nejdůležitějších, co se jednokrokových metod týče. Z vhodně vybraných bodů intervalu $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ lze získat směrovou funkci jako lineární kombinaci různých směrnic.

$$S(x_i, y_i, h) = a_1 \cdot k_1 + \dots + a_s \cdot k_s \quad (2.19)$$

kde

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.20)$$

$$k_2 = f\left(x_i + b_n \cdot h, y_i + \sum_{m=1}^{n-1} c_{nm} \cdot k_m\right), \quad n = 2, \dots, s$$

a_n, b_n, c_{nm} jsou konstanty, které se určují tak, že požadujeme rovnost mezi $p + 1$ členy Taylorové rozvoje směrové funkce $S(x_i, y_i, h)$ a prvními $p + 1$ členy Taylorova rozvoje rozdílu $y(x_{i+1}) - y(x_i)$. Tímto způsob se dostaneme k jednokrokové metodě řádu p . Nejčastější metodu je metoda 4. řádu. Pro jeden krok Runge-Kutta 4. řádu platí rekurentní vztahy

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.21)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + h \cdot k_3)$$

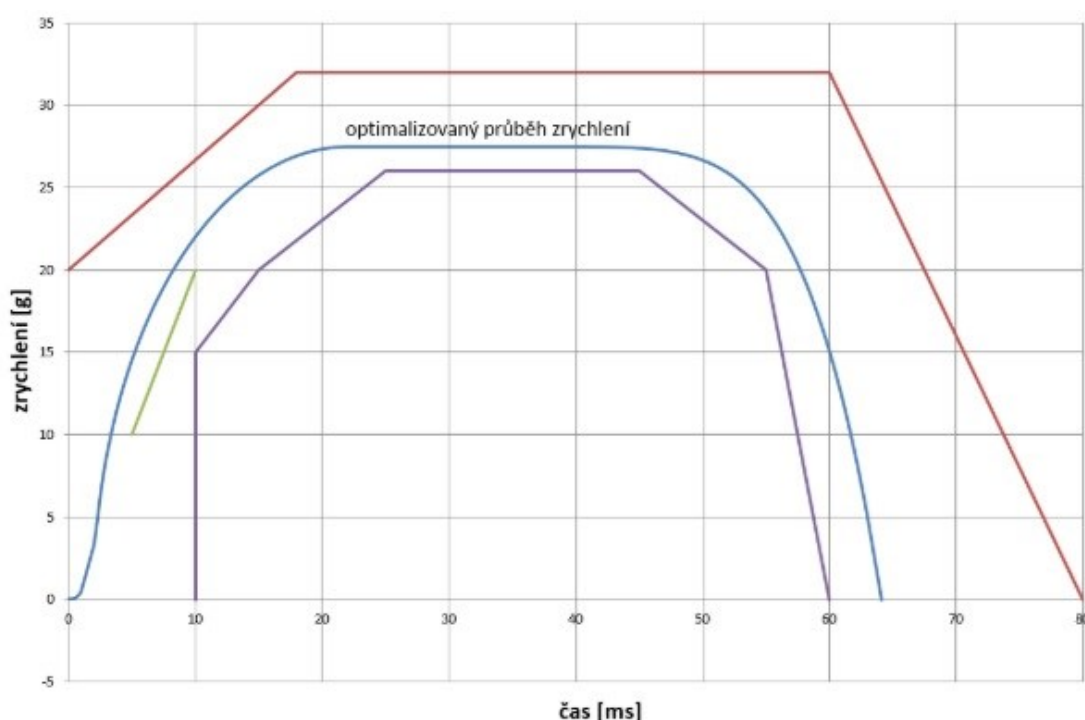
$$S = \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot S$$

Tato metoda je velmi přesná a lze ji také získat pomocí modifikace Eulerovy metody za použití Simpsonova pravidla pro výpočet určitého integrálu $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x, y) dx$.

3 Numerická simulace

Úkolem této práce je splnit průběh zrychlení vozíku podle zadání. K dispozici je graf zrychlení na čase s omezujícími podmínkami, které jsou vyznačeny červenou a fialovou křivkou. Znázorněné zrychlení vozíku je vyjádřeno v tíhovém zrychlení neboli g a čas, během kterého musí dojít k urychlení a zpomalení vozíku je v milisekundách. Zásadou není jen dodržení zrychlení mezi 26 až 32 g ale také aby vozík dosáhl rychlosti 52 ± 1 km/h na dráze 400 ± 50 mm.



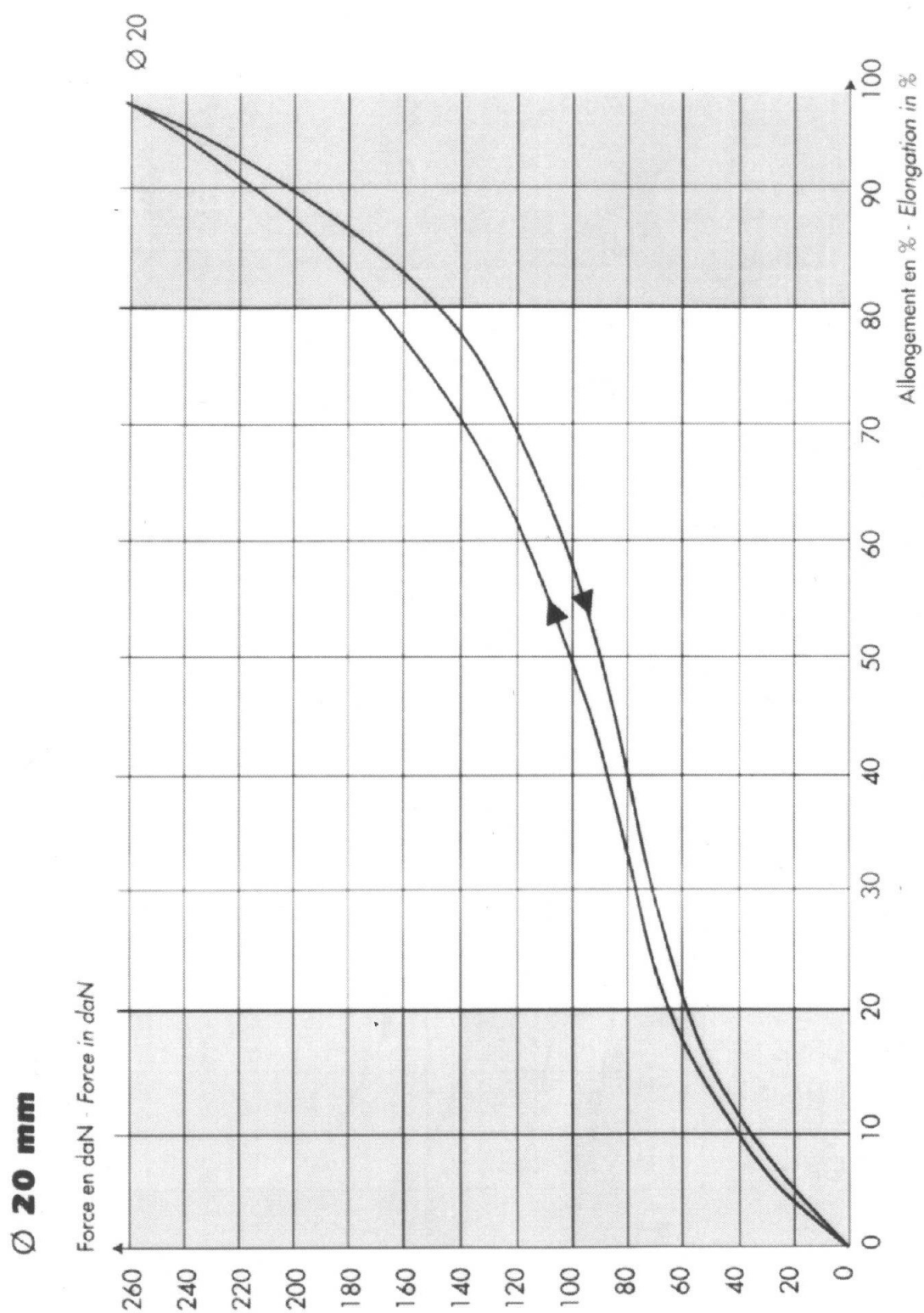
Obrázek 3.1 - Ideální průběh zrychlení

3.1 Aproximace průběhu smršťujících se gumolan

Výpočty zrychlení budou počítány pomocí metody redukce. Aby bylo možné tento výpočet provést, je nutné znát sílu v gumolanech při natažení. Tuto hodnotu získáme pomocí aproximace procentuálního smrštění a síly k tomu potřebné. Zmíněné hodnoty vyčteme z grafu natahování a smršťování gumolana od průměru 20 mm. Aby mohla být aproximace provedena, bylo nutné zvolit si délku gumolana, která byla zvolena 1,4 m a převést procentuální hodnoty jeho smrštění na délkové hodnoty v metrech a upravit sílu z dekanewtonů na newtony. Aproximace byla pro kontrolu provedena ručně pomocí Gaussovy eliminační metody a v programu Matlab stejným výpočtem. Pro aproximaci použijeme kubický polynom.

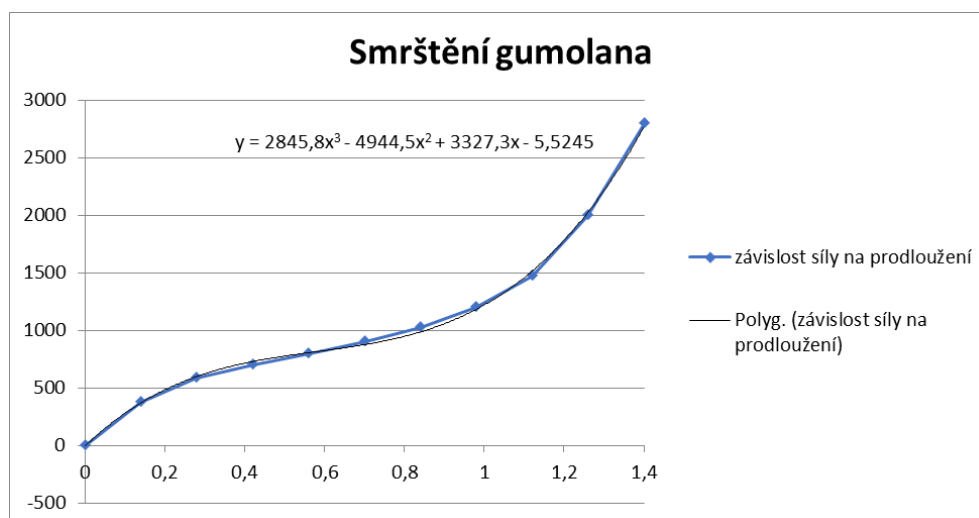
Rovnice síly v gumolaně pak nabírá tohoto tvaru:

$$F_L = 2830,946 \cdot x^3 - 4907,05 \cdot x^2 + 3299,61 \cdot x \quad (3.1)$$



Obrázek 3. 220 - Průběh prodloužení (horní křivka) a smrštění (dolní křivka) gumolana o průměru 20 mm

Aproximace byla pro znázornění provedena pomocí bodového grafu v programu Excel už s použitím absolutního členu v polynomu.



Obrázek 3. 3 - Aproximace smršťujícího se gumolana

3.2 Archimédova spirála

Pro určení zrychlení zkušebního vozíku je nutné nejprve určit tvar vačky. Ten byl pro prvotní výpočty určen pomocí Archimédovy spirály, což je křivka jejíž poloměr roste lineárně s rostoucím úhlem. Z následující rovnice se vypočte konstanta k , se kterou narůstá poloměr vačky. Pro tento výpočet známe počáteční a konečný poloměr vačky a úhel, se kterým se vačka při katapultáži otočí. Výpočet této konstanty je důležitý pro výpočet redukce mechanismu s konstantním převodem.

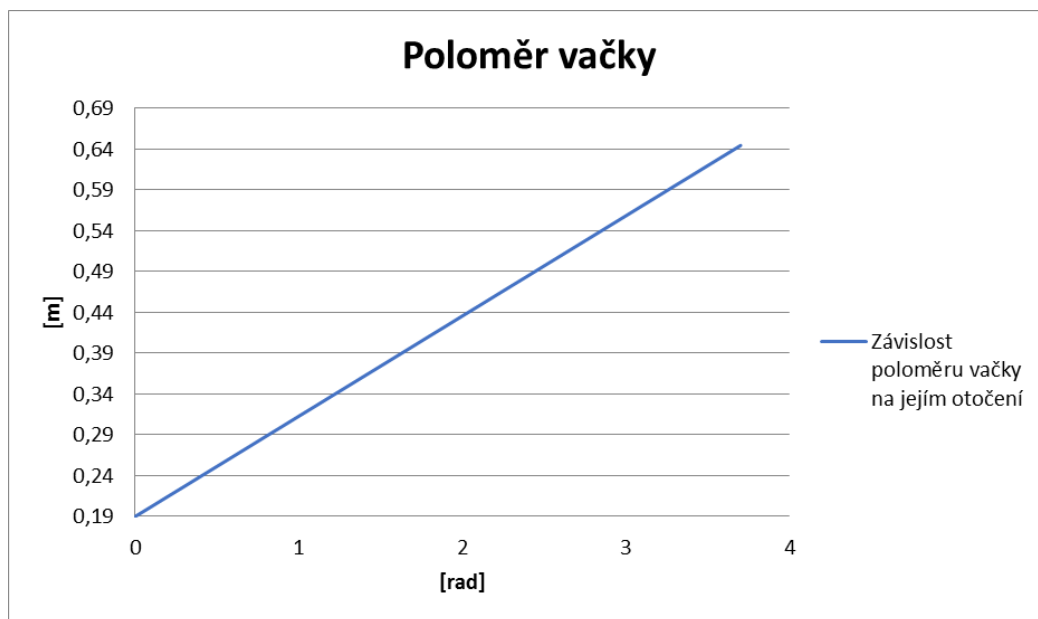
$$\rho_k = \rho_0 + k \cdot \varphi \quad (3.2)$$

Konečný poloměr vačky $\rho_k = 0,64 \text{ m}$

Počáteční poloměr vačky $\rho_0 = 0,19 \text{ m}$

Úhel změny poloměru vačky $\varphi = < 0,210^\circ > \rightarrow < 0, \frac{7}{6}\pi >$

$$k = \frac{\rho_k - \rho_0}{\varphi} = \frac{0,64 - 0,19}{\frac{7}{6}\pi} = 0,12278 \text{ m/rad}$$



Obrázek 3. 4 - Růst poloměru vačky s jejím otočením

3.2.1 Gumolana při použití najednou

Se znalostí síly při jakémkoliv natažení je možné vypočítat zrychlení zkušebního vozíku pomocí metody redukce s konstantním převodem.

Rovnice redukce pro konstantní převod:

$$m_{red} \cdot a_D = F_{red} \quad (3.3)$$

Redukce proběhne na držák gumolan s následným přepočtem zrychlení z držáku na vozík. Prvním krokem je výpočet redukované hmotnosti m_{red} . Ta se vypočte součtem kinetické energie držáku, rotujících částí a vozíku. Následně se z výkonů sil získá redukovaná síla, která je použita pro výpočet zrychlení držáku gumolan.

Rovnice kinetických energií:

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v_D^2 = \frac{1}{2} m_D \cdot v_D^2 + \frac{1}{2} m_V \cdot v_V^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

Rovnice potřebné pro výpočet redukované hmotnosti:

$$\omega = \frac{v_D}{r_n}$$

$$v_V = \omega \cdot k = \frac{v_D \cdot k}{r_n}$$

v_D - rychlost držáku

v_V - rychlost vozíku

ω - úhlová rychlost

Redukovaná hmotnost:

$$m_{red} = m_D + m_V \cdot \frac{k^2}{r_n^2} + \frac{I}{r_n^2} = 50 + 520 \cdot \frac{0,12278^2}{0,2^2} + \frac{12,02}{0,2^2} = 546,474 \text{ kg}$$

Hmotnost vozíku

$$m_V = 520 \text{ kg}$$

Hmotnost držáku

$$m_D = 50 \text{ kg}$$

Moment setrvačnosti

$$I = 12,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Poloměr navijáku

$$r_n = 0,2 \text{ m}$$

Rovnice výkonu pro výpočet redukované síly:

$$F_{red} \cdot v_D = F_L \cdot v_D$$

Redukovaná síla:

$$F_{red} = F_L$$

Výpočet zrychlení držáku:

$$a_D = \frac{F_L}{m_{red}} = \frac{2830,946 \cdot x^3 - 4907,05 \cdot x^2 + 3299,61 \cdot x}{546,474} \quad (3.4)$$

Hodnoty x se mění podle natažené délky gumolan z maximální hodnoty 1,4 m do smrštěného stavu 0 m. Výsledné zrychlení však platí pouze pro využití jednoho gumolana, je tudíž nutné sílu v gumolanech vynásobit zvoleným počtem a dosazováním hodnot zjistit

počet, který bude splňovat velikost zrychlení mezi 26 až 32 g. Tento výpočet je nutné převést na hodnoty zrychlení vozíku, aby bylo jasné splnění podmínek. Přepočet je uskutečněn derivacemi funkce popisující tvar vačky podle času, kterými získá rychlost vozíku, kterou znovu zderivujeme a získáme jeho zrychlení.

$$\rho_k = \rho_0 + k \cdot \varphi \quad (3.5)$$

$$v_V = k \cdot \omega$$

$$a_V = k \cdot \varepsilon$$

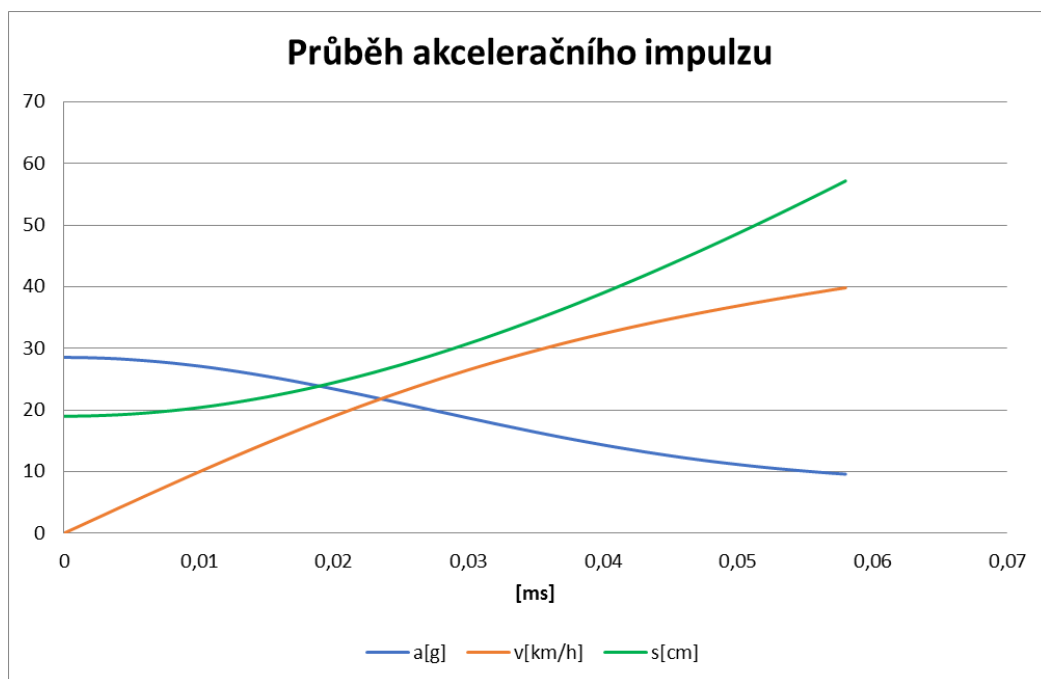
Pro úhel φ , úhlovou rychlost ω a úhlové zrychlení ε platí rovnice

$$\varphi = \frac{s_D}{r_n} \quad (3.6)$$

$$\omega = \frac{v_D}{r_n}$$

$$\varepsilon = \frac{a_D}{r_n}$$

Za využití numerické integrace pro výpočet kinematických hodnot držáku a následného přepočtu dosáhne vozík na dráze 45,01 cm, rychlosti 41,813 km/h s počátečním zrychlením 28,546 g při použití 90 gumolan.

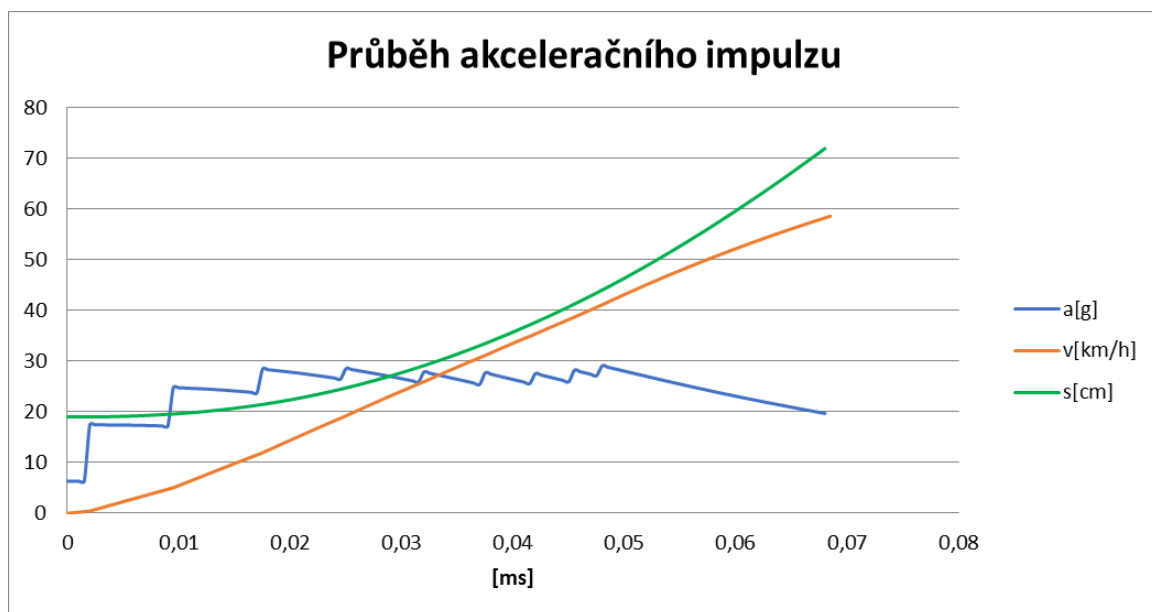


Obrázek 3. 5 - Průběh akceleračního impulzu při zapojení všech gumolan

Průběh není a výsledná rychlost nesplňuje přesné požadavky, proto byl tento návrh upraven tak, že místo použití všech gumolan najednou, budou použity postupně zapojované svazky.

3.2.2 Postupně zapojovaná gumolana

Aby bylo dosaženo přesnějšího průběhu zrychlení podle zadání, byla podle návrhu postupného zapojování vytvořena simulace. Jelikož systém postupného zapojování mi nebyl k dispozici, byl tudíž navrhnut tak, že se svazky budou uvolňovat z maximálního napjatého stavu v závislosti na úhlu otočení vačky. Při využití vačky mající tvar Archimédovy spirály bylo použito 10 svazků gumolan po různých počtech. K počtům svazků a gumolanech v nich se došlo experimentálně tak aby bylo docíleno nejlepšího průběhu. Celkový počet gumolan je 138. Tyto hodnoty jsou k dispozici v příloze.



Obrázek 3. 6 - Průběh akceleračního impulsu při postupném zapojování gumolan

Zrychlení splňuje průběh podle zadání, kromě oblasti od 50 ms, kde už by mělo dojít k zapojení brzd. Rychlost vozíku po dotočení vačky je 54,592 km/h. Tato rychlost je upravitelná podle zapojení brzd.

3.2.3 Pružiny při použití najednou

Dalším návrhem předání kinetické energie vačky bylo nahrazení gumolan za pružiny se stálejšími vlastnostmi. Ty by byly vedeny na tyčích. Za použití pružin, které bylo navrženo jako další možnost řešení, o volné délce 2652 mm by při maximálním natažení na 3152

mm pružina dodávala sílu o velikosti 2000 N. Pružina by měla 57 závitů s úhlem stoupání 6,5 stupně, průměrem drátu je 15 mm a vnějším průměrem 130 mm.

Výpočet je řešen stejně jako u gumolan. Je nutné provést metodu redukce s konstantním převodem pro zjištění zrychlení držáku pružin, na který se bude redukovat s následným převodem na zrychlení vozíku. Redukovaná hmotnost se měnit nebude, tudíž převezmeme hodnotu z předchozího výpočtu při redukci u gumolan. Síla dodávána pružinou se bude měnit dle její deformace a to podle rovnice:

$$F_p = k \cdot \Delta l \quad (3.7)$$

Tuhost pružiny

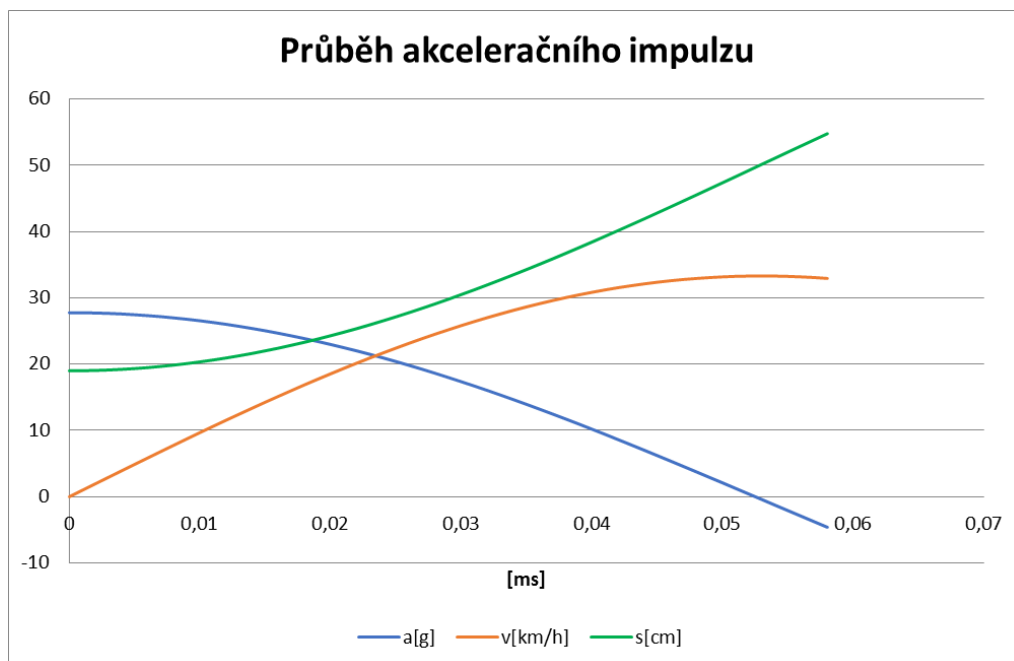
$$k = 4042,6 \text{ N/m}$$

Hodnota deformace pružiny Δl se bude měnit z maximálního nataženého stavu, tedy 0,5 m do smrštěného stavu 0 m. Se znalostí změny síly je možné dopočítat zrychlení držáku.

Zrychlení držáku pružin

$$a_D = \frac{F_p}{m_{red}} = \frac{4042,6 \cdot \Delta l}{546,474} \quad (3.8)$$

Výsledné zrychlení však platí pouze pro využití jedné pružiny, je tudíž nutné sílu v pružině vynásobit zvoleným počtem a dosazováním hodnot zjistit počet, který bude splňovat velikost zrychlení mezi 26 až 32 g. Za využití numerické integrace pro výpočet kinematických hodnot držáku a následného přepočtu dosáhne vozík na dráze 45,426 cm, rychlosti 29,58 km/h s počátečním zrychlením 27,776 g při použití 120 pružin.

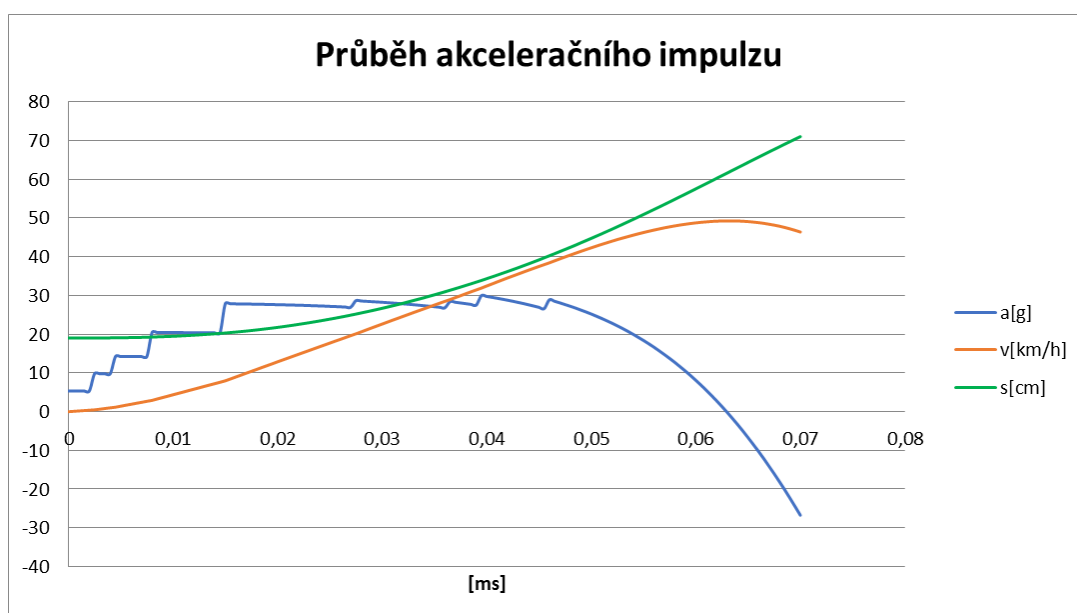


Obrázek 3. 7 - Průběh akceleračního impulzu při zapojení všech pružin

Použití všech pružin najednou není vhodné, jelikož než se vačka dotočí, dosáhnou pružiny rovnovážného stavu, začnou se stlačovat a dojde ke zpomalování rotace vačky místo jejího urychlování.

3.2.4 Postupné zapojování pružin

Pro postupné zapojování pružin bylo použito 9 sad po různých počtech pružin v nich.



Obrázek 3. 8 - Průběh akceleračního impulzu při postupném zapojování pružin

Pro tento systém bylo nutné použít 415 pružin. Průběh zrychlení podle zadání je při postupném zapojování splněn. Rychlost vozíku dosáhne po do točení vačky 49,075 km/h.

Jelikož při použití pružin jak při zapojení všech najednou tak při postupném zapojování dochází k horším výsledkům nežli u využití gumolan, budu v následujících návrzích pokračovat pouze s poháněním pomocí gumolan.

3.3 Popis vačky podle konvexní funkce

3.3.1 Gumolana při použití najednou

Dalším návrhem už složitějším je popis tvaru vačky pomocí funkce místo Archimédovy spirály, které se mění konstantně. Zvolená funkce je kvadratická konvexního tvaru.

$$\rho_k = \rho_0 + a \cdot \varphi + b \cdot \varphi^2 \quad (3.9)$$

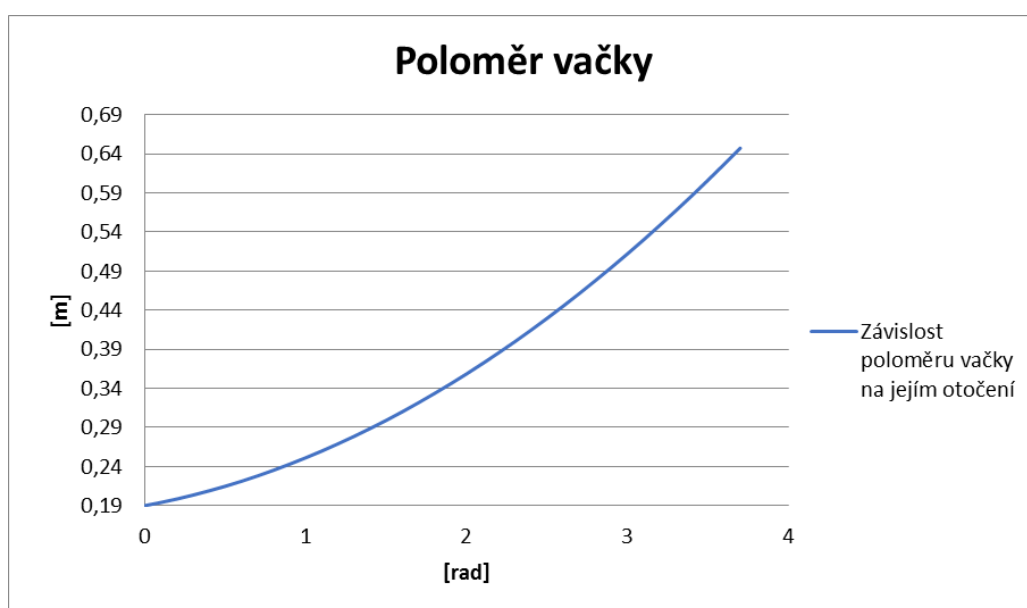
Konečný poloměr vačky $\rho_k = 0,64 \text{ m}$

Počáteční poloměr vačky $\rho_0 = 0,19 \text{ m}$

Úhel změny poloměru vačky $\varphi = < 0,210^\circ > \rightarrow < 0, \frac{7}{6}\pi >$

Koeficient a $a = 0,038 \text{ m/rad}$

Koeficient b $b = 0,023 \text{ m/rad}$



Obrázek 3. 9 - Růst poloměru vačky s jejím otočením

Pro výpočet zrychlení vozíku použijeme metodu redukce s redukcí na držák gumolan, ale tentokrát už pro případ proměnného převodu. Redukce výkonu sil se počítá stejně jako u redukce s konstantním převodem, v tomto případě se tedy zabýváme jen silou v gumolan. Redukovaná hmotnost se už počítá odlišně, jelikož vačka je popisovaná funkcí a je tedy jiná rychlost vozíku, která je dána derivací tvaru funkce vačky podle úhlu, o kterou se vačka otočí. Tato hmotnost už není konstantní jako u konstantního převodu, ale se změnou dráhy, kterou držák urazí, se hodnota redukované hmotnosti mění. Dráha se mění během smršťování gumolan z napjatého stavu. Výpočet zrychlení držáku gumolan je pak dán redukovanou hmotností, její derivací podle dráhy a redukovanou silou, která je v tomto případě redukce rovna síle v gumolanech. Následně je nutné toto zrychlení převést na zrychlení vozíku aby bylo možné vykreslit průběh akceleračního pulzu.

Rovnice metody redukce s proměnným převodem:

$$m_{red} \cdot a_D + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_{red}}{ds} \cdot v_D^2 = F_{red} \quad (3.10)$$

Rovnice kinetických energií:

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v_D^2 = \frac{1}{2} m_D \cdot v_D^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m_V \cdot v_V^2$$

Rovnice potřebné pro výpočet redukované hmotnosti:

$$\omega = \frac{v_D}{r_n}$$

$$v_V = a \cdot \omega + 2 \cdot b \cdot \varphi \cdot \omega$$

$$\varphi = \frac{s}{r_n}$$

Rovnice redukované hmotnosti:

$$m_{red} = m_D + \frac{I}{r_n^2} + m_V \cdot \left(\frac{a^2}{r_n^2} + \frac{4 \cdot a \cdot b \cdot s}{r_n^3} + \frac{4 \cdot b^2 \cdot s^2}{r_n^4} \right)$$

Derivace redukované hmotnosti podle dráhy:

$$\frac{dm_{red}}{ds} = m_V \cdot \left(\frac{8 \cdot b^2 \cdot s + 4 \cdot a \cdot b \cdot r_n}{r_n^4} \right)$$

Rovnice výkonu pro výpočet redukované síly:

$$F_{red} \cdot v_D = F_L \cdot v_D$$

Redukovaná síla:

$$F_{red} = F_L$$

Výpočet zrychlení držáku:

$$a_D = \frac{F_L - m_V \cdot \left(\frac{4 \cdot b^2 \cdot s + 2 \cdot a \cdot b \cdot r_n}{r_n^4} \right) \cdot v_D^2}{m_{red}} \quad (3.11)$$

Výsledné zrychlení však platí pouze pro využití jednoho gumolana, je tudíž nutné sílu v gumolanech vynásobit zvoleným počtem a dosazováním hodnot zjistit počet, který bude splňovat velikost zrychlení mezi 26 až 32 g.

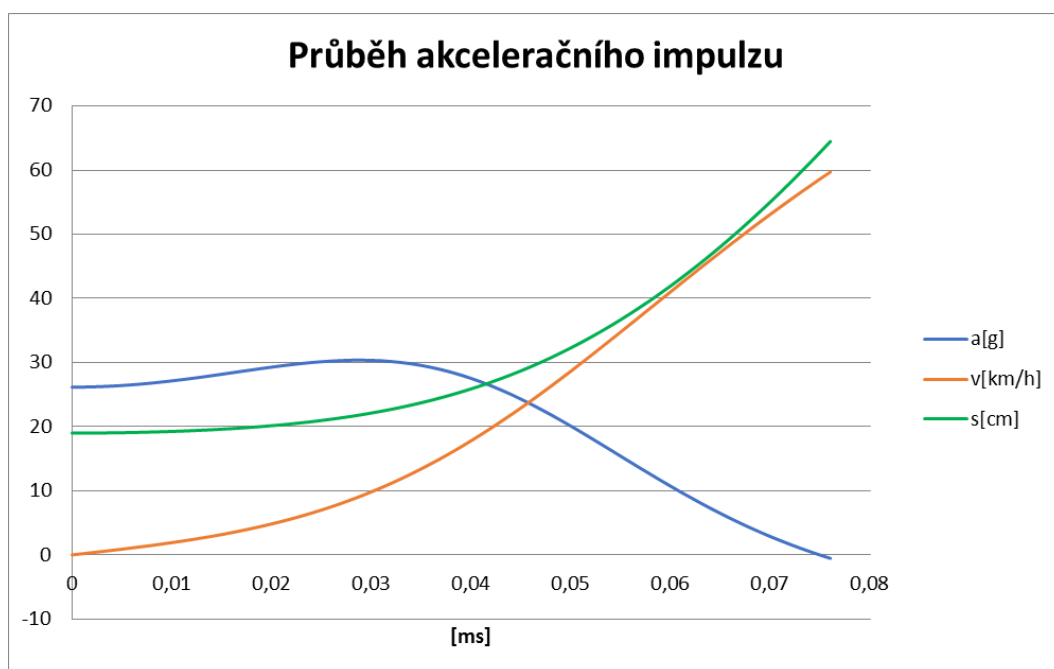
Výpočet dráhy, rychlosti a zrychlení vozíku:

$$s_V = \rho_0 + a \cdot \varphi + b \cdot \varphi^2 \quad (3.12)$$

$$v_V = a \cdot \omega + 2 \cdot b \cdot \varphi \cdot \omega$$

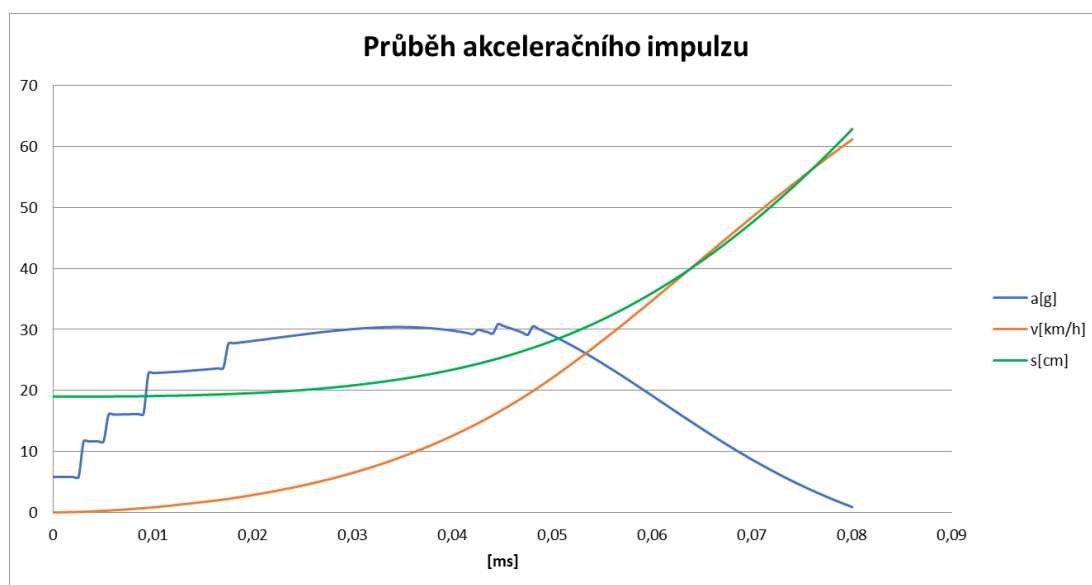
$$a_V = a \cdot \varepsilon + 2 \cdot b \cdot (\varphi \cdot \varepsilon + \omega^2)$$

Za využití numerické integrace pro výpočet kinematických hodnot držáku a následného přepočtu dosáhne vozík na dráze 45,492 cm, rychlosti 59,724 km/h s počátečním zrychlením 26,169 g které dosahuje v maximu 30,374 g při použití 180 gumolan.



Obrázek 3. 10 - Průběh akceleračního impulzu při zapojení všech gumolan

3.3.2 Postupné zapojení gumolan



Obrázek 3. 11 - Průběh akceleračního impulzu při postupném zapojování gumolan

Pro postupné zapojování pružin bylo použito 8 sad o různých počtech gumolan v nich. Celkově bylo použito 205 gumolan. Průběh zrychlení podle zadání je při postupném zapojování splněn. Rychlost vozíku dosáhne po do točení vačky 62,205 km/h.

3.4 Popis vačky podle Konkávní funkce

3.4.1 Gumolana při použití najednou

Obměnou konvexního náběhu vačky je použití konkávního. Tvar vačky při tomto průběhu je popsán rovnicí

$$\rho_k = \rho_0 + a \cdot \varphi - b \cdot \varphi^2 \quad (3.13)$$

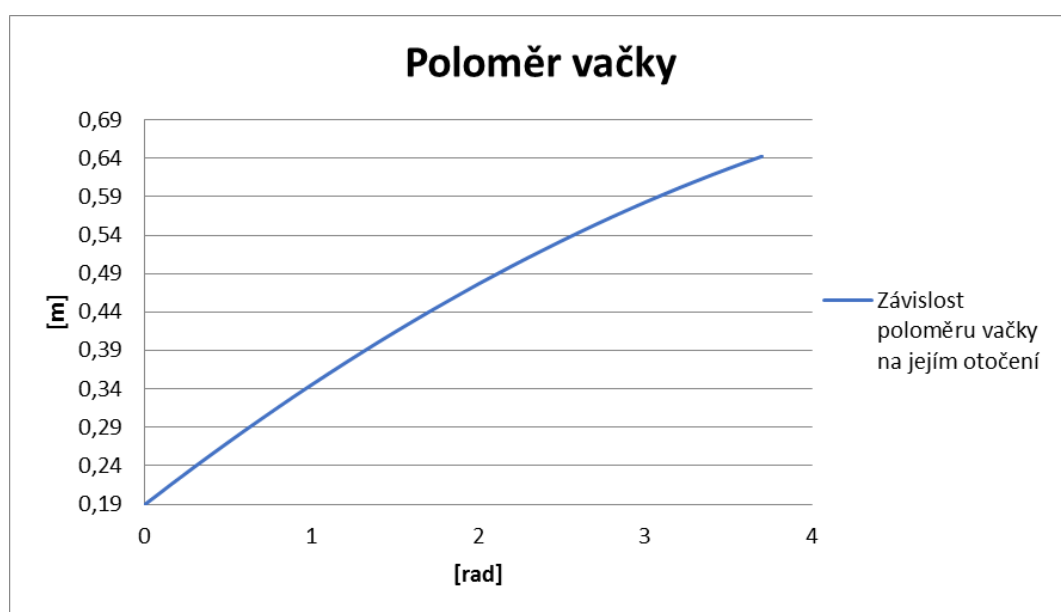
Konečný poloměr vačky $\rho_k = 0,64 \text{ m}$

Počáteční poloměr vačky $\rho_0 = 0,19 \text{ m}$

Úhel změny poloměru vačky $\varphi = < 0,210^\circ > \rightarrow < 0, \frac{7}{6} \pi >$

Koeficient a $a = 0,1928 \text{ m/rad}$

Koeficient b $b = 0,0191 \text{ m/rad}$



Obrázek 3. 12 - Růst poloměru vačky s jejím otočením

Rovnice metody redukce s proměnným převodem:

$$m_{red} \cdot a_D + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_{red}}{ds} \cdot v_D^2 = F_{red}$$

Rovnice kinetických energií:

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v_D^2 = \frac{1}{2} m_D \cdot v_D^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m_V \cdot v_V^2$$

Rovnice potřebné pro výpočet redukované hmotnosti:

$$\omega = \frac{v_D}{r_n}$$

$$v_V = a \cdot \omega - 2 \cdot b \cdot \varphi \cdot \omega$$

$$\varphi = \frac{s}{r_n}$$

Rovnice redukované hmotnosti:

$$m_{red} = m_D + \frac{I}{r_n^2} + m_V \cdot \left(\frac{a^2}{r_n^2} - \frac{4 \cdot a \cdot b \cdot s}{r_n^3} + \frac{4 \cdot b^2 \cdot s^2}{r_n^4} \right)$$

Derivace redukované hmotnosti podle dráhy:

$$\frac{dm_{red}}{ds} = m_V \cdot \left(\frac{8 \cdot b^2 \cdot s - 4 \cdot a \cdot b \cdot r_n}{r_n^4} \right)$$

Rovnice výkonu pro výpočet redukované síly:

$$F_{red} \cdot v_D = F_L \cdot v_D$$

Redukovaná síla:

$$F_{red} = F_L$$

Výpočet zrychlení držáku:

$$a_D = \frac{F_L - m_V \cdot \left(\frac{4 \cdot b^2 \cdot s - 2 \cdot a \cdot b \cdot r_n}{r_n^4} \right) \cdot v_D^2}{m_{red}} \quad (3.14)$$

Výsledné zrychlení však platí pouze pro využití jednoho gumolana, je tudíž nutné sílu v gumolanech vynásobit zvoleným počtem a dosazováním hodnot zjistit počet, který bude splňovat velikost zrychlení mezi 26 až 32 g.

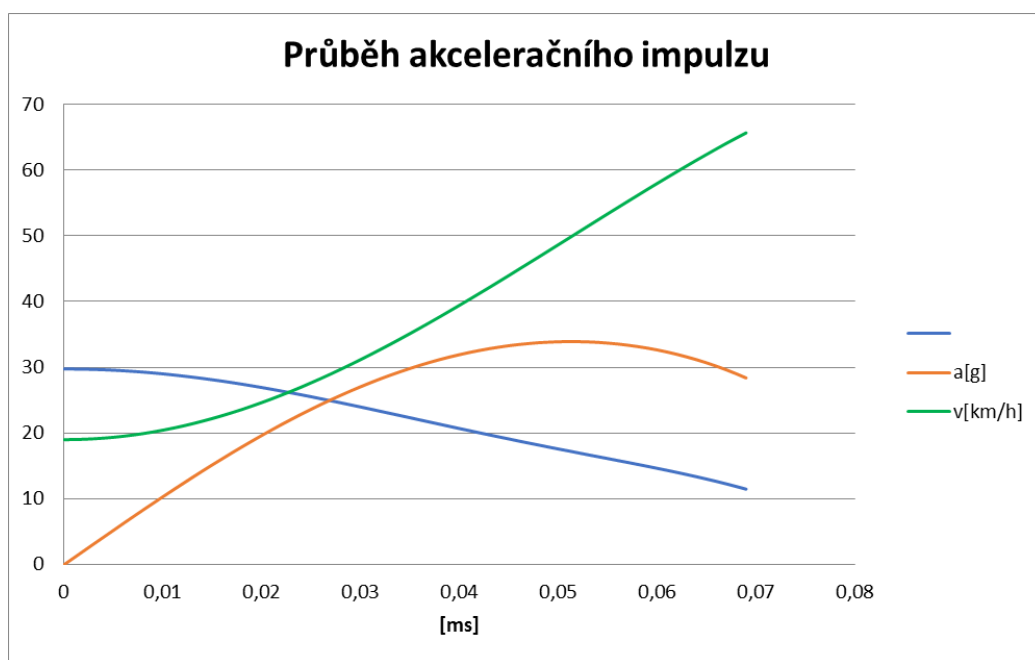
Výpočet dráhy, rychlosti a zrychlení vozíku:

$$s_V = \rho_0 + a \cdot \varphi - b \cdot \varphi^2 \quad (3.15)$$

$$v_V = a \cdot \omega - 2 \cdot b \cdot \varphi \cdot \omega$$

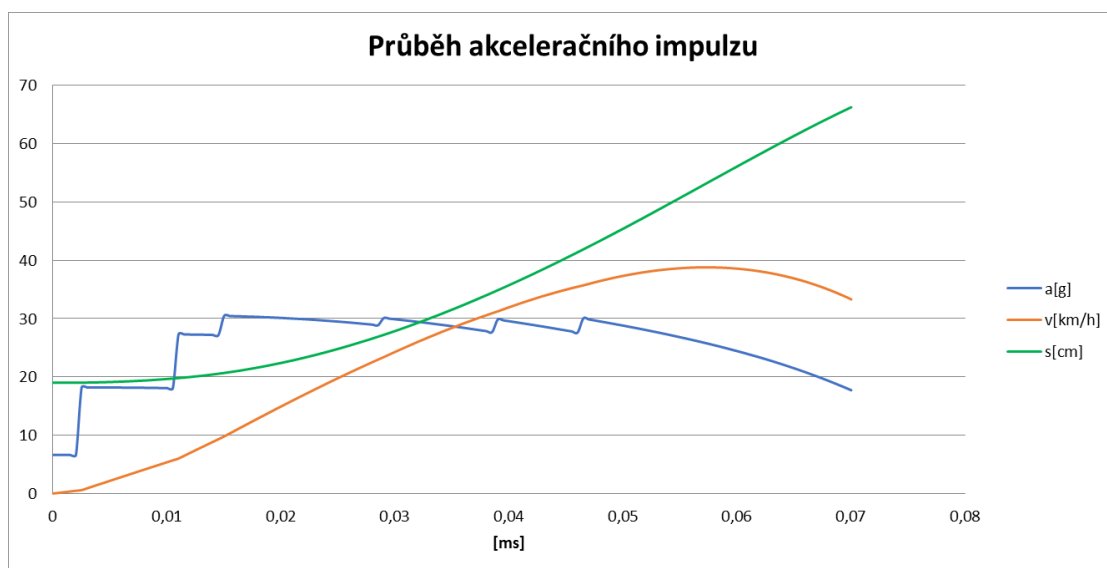
$$a_V = a \cdot \varepsilon - 2 \cdot b \cdot (\varphi \cdot \varepsilon + \omega^2)$$

Za využití numerické integrace pro výpočet kinematických hodnot držáku a následného přepočtu dosáhne vozík na dráze 45,065 cm, rychlosti 29,625 km/h s počátečním zrychlením 29,753 g při použití 90 gumolan.



Obrázek 3. 13 - Průběh akceleračního impulzu při zapojení všech gumolan

3.4.2 Postupné zapojování gumolan



Obrázek 3. 14 - Průběh akceleračního impulzu při postupném zapojování gumolan

Pro postupné zapojování pružin bylo použito 7 sad o různých počtech gumolan v nich. Celkově bylo použito 112 gumolan. Průběh zrychlení podle zadání je při postupném zapojování splněn, ale rychlost vozíku dosáhne po do točení vačky pouze 34,974 km/h.

4 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo navrhnout tvar vačky tak, aby byl zkušební vozík urychlován podle zadaného průběhu. Prvním a nejjednodušším návrhem byla vačka o tvaru Archimédovy spirály s jejím konstantně rostoucím poloměrem. Pro akumulaci kinetické energie byly použity pro jeden případ gumolana a pro druhý pružiny. Tento návrh byl rozdělen na čtyři části a to: zapojení všech gumolan najednou, zapojení všech pružin najednou, postupné zapojování gumolan či pružin. Se znalostí procentuálního prodloužení jednoho gumolana v závislosti na síle bylo nutné zvolit si jeho délku a provést aproximaci metodou nejmenších čtverců, aby byla známa velikost síly v různých smrštěních gumolan z napjatého stavu. S touto znalostí se již dalo metodou redukce mechanismu s konstantním převodem dopočítat zrychlení vozíku. Pro pružinu byl výpočet jednodušší, jelikož síla v pružině byla stálější než síla v gumolaně. Aby bylo možné dosáhnout co nejlepšího průběhu, muselo se experimentálně zjistit počet potřebných gumolan a pružin. Při využití všech gumolan současně byl průběh a výsledná rychlost vozíku mnohem příznivější než při použití všech pružin současně.

Stejně dopadly výsledky při použití složitějšího systému postupného zapojování, kde byla gumolana a pružiny rozděleny do více sad zapojovaných v různých otočeních vačky. Úkolem bylo, aby vozík od počátku pohybu do 20 ms dosáhl zrychlení mezi 26 až 32 g a tuto hodnotu až do 50 ms udržovat konstantní. V jakém stupni otočení vačky bude která ze sad zapojena, bylo docíleno experimentálně tak, aby průběh zrychlení splňoval zadané podmínky. Experimentálně se došlo také k počtu sad a gumolan či pružin v nich se nacházejících. Po zhodnocení výsledků jsem se rozhodl pokračovat u dalších návrhů vačky pouze s poháněním pomocí gumolan.

Dalším návrhem byl popis vačky kvadratickou funkcí. První popis byl pro funkci konvexní a druhý pro funkci konkávní. Pro výpočet zrychlení se použila metoda redukce mechanismu s proměnným převodem. Postup byl stejný jako u prvního návrhu, tedy simulace při použití všech gumolan najednou a při postupném zapojování. Lepšího průběhu zrychlení a výsledné rychlosti bylo docíleno za použití konvexního popisu funkce.

V závěru tedy nejlépe splňují podmínky vačky popsány Archimédovou spirálou a konvexní kvadratickou funkcí a to při použití postupného zapojování gumolan.

5 Seznam použité literatury

- [1] VITÁSEK, Emil. *Numerické metody*. Praha 1: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987.
- [2] CECHO BOHUMIL CEMPÍREK S.R.O. *Odborná zpráva - TA03030221: Akcelerační simulátor nárazu vozidel*. Praha, 2016.
- [3] BROUSIL, Jaromír, Jaromír SLAVÍK a Vladimír ZEMAN. *Dynamika*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1989, 327 s. ISBN 80-030-0164-1.
- [4] BRÁT, Vladimír, Josef ROSENBERG a Václav JÁČ. *Kinematika*. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987, 256 s.
- [5] HASÍK, Karel. *Numerické metody* [online]. Opava, 2011 [cit. 2017-04-02]. Dostupné z: <https://www.slu.cz/math/cz/knihovna/ucebni-texty/Numericke-metody/Numericke-metody.pdf>
- [6] KUČERA, Radek a Zuzana MORÁVKOVÁ. *Numerická matematika* [online]. Ostrava, 2015 [cit. 2017-05-02]. Dostupné z: http://home1.vsb.cz/~kuc14/textyNM/FINALNI_VERZE_CD.pdf
- [7] Crash simulation. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2017-04-15]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Crash_simulation

6 Seznam příloh

Příloha A – Tabulka zapojení všech gumolan (Archimédova spirála)

Příloha B – Tabulka zapojení všech pružin (Archimédova spirála)

Příloha C – Tabulka zapojení všech gumolan (Konvexní funkce)

Příloha D – Tabulka zapojení všech gumolan (Konkávní funkce)

Příloha E – Tabulka postupného zapojování gumolan (Archimédova spirála)

Příloha F – Tabulka postupného zapojování pružin (Archimédova spirála)

Příloha G – Tabulka postupného zapojování gumolan (Konvexní funkce)

Příloha H – Tabulka postupného zapojování gumolan (Konkávní funkce)

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Jiřímu Podešvovi Ph.D. za odborné vedení mé bakalářské práce, za jeho trpělivost, ochotu a užitečné rady.